Le running en équation

Septembre 2021

Plusieurs internautes nous ont signalé qu'ils utilisaient les calculateurs du site pour la course à pied et toutes ses variantes désignées par des anglicismes: running, jogging, footing, trail, ultra-trail et qu'ils en étaient satisfaits.
Bien que nous ne soyons pas spécialistes de ces disciplines sportives, cela nous a un peu surpris et nous avons donc cherché à savoir si une justification théorique à cette utilisation pouvait être établie.
L'approche du problème que nous présentons dans ce document est assez simple et peut-être trop simple. Aussi le présent document n'est qu'une ébauche et devrait faire l'objet de versions successives.

Relation puissance-vitesse.

Le point de départ de toutes les applications relatives au cyclisme est la relation entre la puissance d'un cycliste et sa vitesse de déplacement. Il faut donc disposer de cette relation pour le running. Nos recherches sur Internet pour la trouver sont restées infructueuses. Nous avons été surpris de voir que l'introduction de la notion de puissance dans l'étude de la course à pied était assez récente, elle ne date que de quelques années. Il nous semble quand même difficile que le problème n'ait pas été déjà traité. Aussi toute information de la part de visiteurs du site concernant le sujet sera la bienvenue. Le document se rapprochant le plus de l'approche que nous voulons faire est cité ci-après. Quoi qu'il en soit, nous allons tenter d'établir cette relation puissance-vitesse.

La figure 1 représente le mouvement d'un coureur. Ces photographies successives sont désignées sous le nom de « kinogramme ».
Ce kinogramme a été tiré du document : « Lacouture P, Colloud F, Decatoire A, Monnet T. Etude biomécanique de la course à pied. EMC-Podologie 2013 ;9(2) :1-20[Article 27-140-A-52]. »

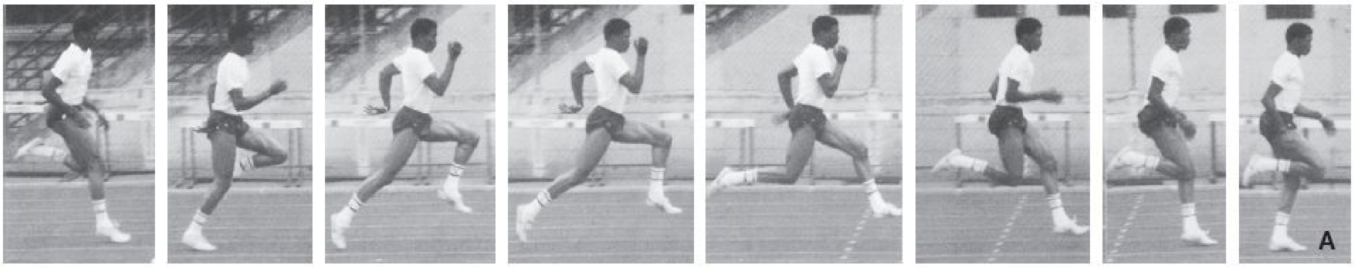


Fig1. Kinogramme

Ce mouvement est complexe : le corps humain peut être assimilé d'un point de vue mécanique à un système de bielles ou segments articulés : le tronc, la tête, les bras, la cuisse, la jambe, le pied. Ces segments sont articulés à l'épaule, au cou, au coude, à la hanche, au genou, à la cheville. Ils sont tous en mouvement lors de la course.
On peut décomposer le mouvement d'un coureur en un cycle défini par des phases :

- Une phase d'appui au sol d'un pied
- Une phase de projection vers l'avant et vers le haut où le corps peut être considéré comme un projectile sur sa rampe de lancement

- Une phase d'envol où aucun pied ne touche le sol
- Une phase d'amortissement où le second pied entre en contact avec le sol
- Puis de nouveau une phase d'appui au sol de ce second pied et le cycle recommence.

Il faut bien noter qu'au cours de ce mouvement le coureur est en perpétuel déséquilibre : lorsqu'il donne une impulsion sur un pied qui le projette en avant, c'est grâce au second pied qui, en touchant le sol, l'empêche de chuter.
Tout comme dans notre document « Le vélo en équation », examinons quelles sont les forces globales mises en jeu :

- La force motrice exercée par le coureur est une impulsion lors du contact entre un pied et le sol
- Les forces résistantes, c'est-à-dire les forces que le coureur devra vaincre pour avancer sont la force de gravité, la résistance de l'air et des forces de frottement aux articulations et au contact pied-sol.

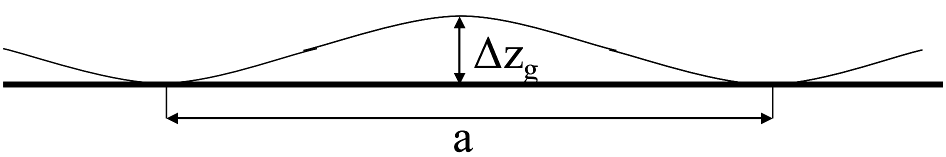
Adoptons les notations suivantes :

- a la longueur d'une foulée en mètre. Une foulée est la distance entre les appuis au sol consécutifs de deux pieds différents
- W le poids du coureur en Newton
- n le nombre de foulées par seconde
- V la vitesse de déplacement en m/s
- p la pente du terrain en valeur décimale (1% de pente s'écrit 0.01)
- P la puissance du coureur en watt

Nous allons nous intéresser uniquement aux forces résistantes :

- la force de pesanteur. La pesanteur s'exerce sur tous les membres du corps soumis à un mouvement vertical : ce sont presque essentiellement les jambes et les bras qui sont soumis à un tel mouvement durant les phases de la course.
  Contentons nous d'une approche très globale : le centre de gravité du coureur va monter et descendre à chaque foulée. La figure 2 illustre schématiquement ce mouvement par une courbe d'allure sinusoïdale.

Fig.2. Schématisation du mouvement du centre de gravité



Si Δz_g est l'amplitude de la montée, l'énergie E_g nécessaire est : $E_g = \Delta z_g \ W$

La durée d'une foulée est t=a/V et donc la puissance moyenne durant une foulée est :

$$P_1=\Delta z_g \, W \, V/a$$

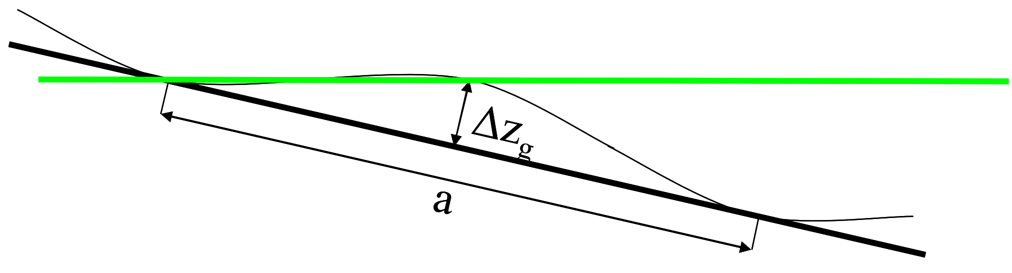
On notera que lorsqu'un membre redescend, par exemple une jambe, l'énergie potentielle acquise lors de la montée n'est malheureusement pas restituée en tant que force motrice sauf éventuellement l'existence d'un petit rebond lors du contact pied-sol dû à l'élasticité des chaussures. C'est là une différence importante avec le cyclisme où pourtant existe un mouvement de montée et descente des jambes mais dans cette dernière discipline l'énergie est restituée à la descente car les jambes pèsent alors sur les pédales et participe à la force motrice du cycliste.

En montée, c'est-à-dire sur un terrain de pente p positive, il faut ajouter, comme en cyclisme, le poids du coureur. A chaque foulée, l'altitude du coureur varie de $\Delta h= p\ a$.
L'énergie à fournir est donc égale à : $W\ h=W\ p\ a$
La puissance s'en déduit :

$$P_2=W\ p\ a\ /t = VW\ p$$

En descente, c'est-à-dire sur un terrain de pente p négative, le problème nous semble beaucoup plus compliqué. On ne peut pas assimiler un coureur à pied à un cycliste qui descend en roue libre. Un cycliste n'a pas de limitation de vitesse. Un coureur à pied est limité, il lui faut le temps d'effectuer le mouvement alternatif des jambes. S'il n'a pas le temps de prendre appui sur le sol avec le pied le plus en avant, il chutera. Il faut donc que le coureur limite sa vitesse donc qu'il freine si la pente est trop forte. Il freinera en modifiant réaction du pied lors de la phase d'amortissement et de la phase d'impulsion et modifiera sa position afin de reculer le centre de gravité du corps. Tout cela exige une dépense d'énergie en descente alors que le cycliste reste confortablement assis sur sa selle. Autrement dit, le coureur devra développer une certaine puissance P2 pour lutter contre la force de pesanteur alors que le cycliste en profite pleinement. A partir de quelle valeur de la pente, le cycliste doit-il fournir cette puissance P2 et quelle est la formulation de la valeur de P2 ? A ce jour, il nous est difficile de fournir une réponse.

Fig.3. Schématisation du mouvement du centre de gravité en descente



On peut supposer que tant que la pente est faible, la pesanteur est bénéfique. La figure 3 illustre le mouvement du centre de gravité du coureur en descente. Lorsque la valeur de la pente p atteint la valeur définie par $p=tg(2\ \Delta z_g/a)$, le corps du coureur ne monte plus et donc la puissance P2 devrait être nulle. Ensuite tout ce que l'on peut dire est que P2 doit augmenter à partir d'une certaine valeur de la pente.

- la résistance de l'air. Comme pour le cyclisme, la force à exercer pour vaincre la résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse. On écrira $F= P_x V^2$
  Le coefficient que nous désignons ici sous le nom de Px est la quantité :
  $$\frac{1}{2} \rho S C_x$$
  - S est la surface frontale du cycliste ou du coureur
  - ρ est la masse volumique de l'air du lieu où l'on se trouve
  - C_x est le coefficient de traînée propre à chaque objet en mouvement

  Notons que dans tous les documents présentés sur ce site, nous avons désigné par C_x non pas le véritable coefficient de traînée C_x que nous avons ignoré mais la valeur globale $\frac{1}{2} \rho S C_x$, donc ce que nous appelons ici P_x.

  Si cette force F de résistance de l'air est faible lors d'une marche, elle devient non négligeable pour les vitesses réalisées lors de course. La vitesse d'un champion olympique du 100 m est supérieure à 10 m/s soit 36 km/h, une allure de cycliste.
  En présence d'un vent naturel de vitesse V_r, la résistance de l'air devient égale à :
  $$F= P_x (V-V_r)^2$$
  Chacun pourra se rendre compte de l'importance de cette résistance par vent fort : si l'on veut seulement marcher face à un mistral ou une tramontane de 80 km/h, on peut avoir même des difficultés pour avancer.
  L'énergie à dépenser pour effectuer une foulée sera égale au produit Fa.
  La puissance correspondante P_3 sera :
  $$P_3= a\, F/t= P_x V (V-V_r)^2$$

- des forces de frottement diverses : forces au contact pied-sol lors de l'amortissement et lors de l'impulsion. Elles dépendent des chaussures et de la nature du terrain : nous savons tous qu'il est plus difficile de marcher dans du sable que sur un carrelage. Comme pour le cyclisme, l'énergie consommée pour vaincre ces forces est supposée être proportionnelle au poids du coureur et à la distance parcourue c'est-à-dire à la longueur de la foulée, soit λaW, λ étant le coefficient de proportionnalité analogue au coefficient de résistance à l'avancement du cycliste.
  La puissance correspondante est :
  $$P_4= \lambda aW /t \text{ soit } \lambda VW$$

Finalement, sur un terrain plat, en montée ou en faible descente, la puissance à fournir sera la somme des puissances P_1, P_2, P_3 et P_4 soit,
$$P=(\Delta z_g /a+ p + \lambda)VW + P_x V(V-V_r)^2$$

On notera que nous ne prenons pas en compte les forces de frottement interne, par exemple aux articulations des membres qui constitue de l'énergie métabolique. Si l'on était capable de mesurer avec précision la puissance que le coureur fournit, par exemple avec la mesure de la consommation d'oxygène, il est certain que cette puissance serait supérieure à la puissance que nous essayons de calculer.

On posera alors $f= \Delta z_g /a +\lambda$
et finalement la relation puissance-vitesse s'écrit :

$$P=(f+p)\,WV + P_x\,V(V-V_r)^2 \qquad [1]$$

On retrouve le même type d'équation que pour le cyclisme : la puissance est fonction de V et de V^3 mais avec une condition : il faut que f soit constant. Or ici f est fonction du paramètre Δz_g et de la longueur a de la foulée, deux paramètres qui varient avec la vitesse V.
En conséquence, la formulation du cyclisme ne devrait pas convenir pour le running sauf si le rapport $\Delta z_g/a$ reste constant lorsqu'un coureur fait varier sa vitesse.
Cette condition est-elle réalisée ?
Il est certain que plus la vitesse V augmente, plus la longueur a de la foulée augmente. De même, il est logique, sinon évident, de penser que plus la longueur de la foulée est grande, plus le centre de gravité s'élève et donc Δz_g augmente aussi. Il est donc possible que le rapport $\Delta z_g /a$, s'il ne reste pas rigoureusement constant, ne varie que très peu. Dans ces conditions, l'application de la relation [1] au running pourrait donner des résultats satisfaisants, pouvant prédire ses performances lors d'un trail ou d'une course.

En revanche, dans le cas d'une forte descente, il nous est difficile d'estimer P2 et donc de donner une formulation de la puissance satisfaisante.

Estimation des coefficients f et P_x

Peut-on donner les valeurs de f et Px à partir d'analyses théoriques ? Reprenons ces deux paramètres.
Les coefficients f et P_x sont propres à chaque coureur. Ils dépendent de la foulée de chacun mais aussi de l'état de la route, de la chaussure.

Le coefficient P_x. Rappelons que nous désignons sous le nom de P_x la quantité :

$$\tfrac{1}{2}\,\rho\, S\, C_x$$

Il paraît certain que la surface frontale S d'un coureur à pied qui est debout face au vent est supérieure à celle d'un cycliste qui est assis et penché. Il en est de même pour le coefficient de traînée C_x, un cycliste ayant une position plus aérodynamique qu'un coureur à pied. Le coefficient P_x doit donc être plus élevé pour un coureur. Prenons le égal à 0.4

Le coefficient f. Reprenons les différents termes qui définissent ce coefficient.
Nous estimerons à λ=1% le coefficient relatif aux forces de frottement interne, bien que n'ayons guère d'arguments pour adopter cette valeur, si ce n'est que nous lui donnons la valeur du coefficient de résistance au roulement d'un cycliste.

En ce qui concerne Δz_j , utilisons le kinogramme stylisé de la figure 6 fourni dans le document [1] précité « P. Lacouture & all ». Sur ce kinogramme, l'auteur a représenté la position du centre de gravité du coureur tout au long d'une foulée. On peut donc retenir l'amplitude entre la position basse et la position haute de ce centre de gravité.

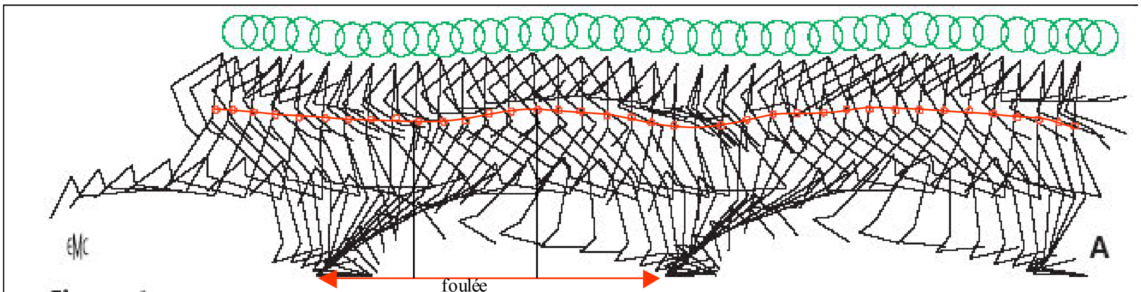


Figure 6.

On peut donc faire le rapport entre cette amplitude et la longueur A de la foulée. On trouve :

$$\Delta z_g / a = 0.034 \text{ soit } 3.4\ \%$$

Avec les données adoptées, le coefficient f serait donc de l'ordre de 4.4% mais cela reste approximatif.

Application numérique

Il ne nous reste plus qu'à faire des calculs avec les calculateurs présentés pour le cyclisme avec les valeurs de f et de P_x que nous avons estimées, soit f=4.4% et P_x=0.4

Le tableau 1 donne la vitesse relative à un coureur de 75 kg pour différentes valeurs de la puissance fournie et sur le plat.
Le tableau 2 reprend les résultats d'épreuves classiques et donne la puissance correspondante calculée.

TABLEAU 1
Vitesse en fonction de la puissance

Puissance watt	Vitesse km/h
50	5
100	10
200	17
300	22
400	26
500	30
600	33
700	35
800	38
900	40
1000	42

TABLEAU 2
Puissance lors d'épreuves olympiques

course m	temps	vitesse km/h	puissance watt
100	9.9 s	36,4	747
400	43.8 s	32,8	603
800	1 mn 43.4 s	27,8	439
1500	3 mn 22.2 s	25,5	376
5000	13 mn 12.9 s	22,9	313
10000	27 mn 30.5 s	21,8	289
42000	2 h 8 mn 33.6 s	19,6	244

Le problème est de savoir maintenant si les valeurs de la puissance ainsi calculée sont réalistes ou non. La réponse est claire : nous n'avons aucun élément pour juger de façon indubitable de leur exactitude.

On peut seulement faire les commentaires suivants :

- l'ordre de grandeur des puissances ne semble pas totalement aberrant mais peut-être on s'attendrait à des valeurs plus élevées si on les compare aux valeurs obtenues en cyclisme.
- peut-on comparer les résultats avec des résultats provenant d'autres sources. Le document précité de P. Lacouture & all fournit le tableau 4 ci-après donnant la valeur de la puissance établie par différents chercheurs : on est frappé par l'énorme dispersion de ces résultats.

Tableau 4.
Disparités des résultats dans le calcul de la puissance mécanique en fonction des méthodes utilisées [21].

		Vitesse de course (m/s)	Puissance mécanique (W)	Méthode
Course	Fukunaga et al. (1978)	3,6	343	Calcul à partir du centre de masse seul (CM)
	Cavagna et al. (1977)	3,6	556	Calcul à partir du CM + mouvement des membres relatifs au CM
	Normal et al. (1976)	3,6	172	Évaluation du « pseudotravail » TPW la somme pour chaque segment des valeurs absolues des variations de l'énergie potentielle, de l'énergie cinétique de translation et de l'énergie cinétique de rotation
	Gregor et Kirkendall (1978)	3,6	172	
	Luhtanen et Komi (1978)	3,9	931	
	Luhtanen et Komi (2000)	3,9	650	
Marche	Winter (1976)	1,4	147	Analyse segmentaire en considérant les notions de transfert d'énergie
	Pierrynowski et al. (1980)	1,5	166	Analyse segmentaire
	Zarrugh (1981)	1,5	71	

- peut-on mesurer la puissance par capteur comme on peut le faire pour le cyclisme ? Il existe des capteurs se targuant de mesurer la puissance, notamment le capteur Stryd, un petit boîtier se fixant simplement sur le dessus d'une chaussure. Quel est le principe physique de ce capteur ? Lorsque l'on fait une recherche sur Internet pour le savoir, on obtient des notices d'utilisation mais aucune information sur ce que contient réellement le boîtier. On peut penser à des accéléromètres permettant de définir par calculs théoriques la trajectoire du coureur et l'énergie cinétique lors des phases d'impulsion, voire plus simplement de mesurer la vitesse et en déduire la puissance par une relation analogue à celle que nous avons établie. Quoi qu'il en soit, il ne faut pas chercher à calculer la puissance pour retrouver les valeurs fournies par Stryd. Un principe physique plus fiable serait de mesurer les réactions au sol avec des capteurs placées à l'intérieur de la semelle de la chaussure, mais ce type d'appareillage semble ne pas exister.

  Bref, sauf manque d'information de notre part, nous estimons qu'il n'y a pas de moyens expérimentaux dont un coureur pourrait s'équiper pour mesurer la puissance et donc pouvant valider nos calculs.

- seule une méthode par tâtonnement pour essayer de trouver des valeurs de P_x et f satisfaisantes paraît pouvoir être mise en œuvre. Si la valeur de P_x doit se trouver dans une fourchette relativement étroite (0.3 à 0.4 à notre avis) mais il n'en est pas de même pour f où nous sommes dans une grande incertitude. En faisant plusieurs courses réelles sur des terrains de même nature, si l'on estime que l'on fournit toujours la même puissance, on peut ensuite utiliser le calculateur : « simulation d'un parcours donné par sa trace gpx », pour faire varier puissance et f afin d'obtenir les vitesses moyennes réelles.

- Enfin, il faut bien retenir que la puissance calculée est la puissance moyenne durant une foulée. Comme pour le cyclisme où la puissance instantanée varie lors d'un tour de pédale, la puissance instantanée doit varier dans de fortes proportions durant une foulée car l'essentiel de l'effort se fait au moment de l'impulsion.

Conclusions

Il faut être bien conscient que le modèle mécanique que nous venons de présenter est très approximatif et nous n'avons pas de moyens pour le valider car la valeur de la puissance développée lors de la course à pied reste difficile à appréhender. C'est surtout par comparaison entre les résultats de calcul et des courses réelles que l'on pourra se satisfaire de l'application au running des différents calculateurs de ce site.
Quoiqu'il en soit, les descentes posent quand même un problème et nous sommes très sceptiques sur l'utilisation de ces calculateurs pour des parcours assez accidentés.

Références utiles.

[1] Lacouture P, Colloud F, Decatoire A, Monnet T. « Etude biomécanique de la course à pied. » EMC-Podologie 2013;9(2) :1-20[Article 27-140-A-52].

[2] https://www.stryd.com