

Le mouvement de pédalage

Janvier 2014

contact@velomath.fr

<http://www.velomath.fr>

Le mouvement de pédalage a fait l'objet d'un grand nombre d'analyses. La très grande majorité de ces analyses sont du domaine de la bio-mécanique : elles analysent la façon dont les muscles des jambes travaillent afin de fournir une force sur les pédales permettant d'engendrer un mouvement circulaire du pédalier.

Très sommairement, il est classique de distinguer quatre phases dans le mouvement de la jambe :

- Une phase I extension de la jambe : le pied exerce alors une forte poussée sur la pédale
- Une phase III flexion de la jambe : le pied exerce alors une traction sur la pédale à condition d'avoir une cale-chaussure, automatique ou non.
- Une phase II de transition entre la phase I et la phase II : transition basse où le pied exerce un effort assez faible dirigé vers l'arrière. On parle d'un « point mort », le point mort bas.
- Une phase IV de transition entre la phase III et la phase I : transition haute où le pied exerce un effort assez faible dirigé vers l'avant. On parle du point mort haut.

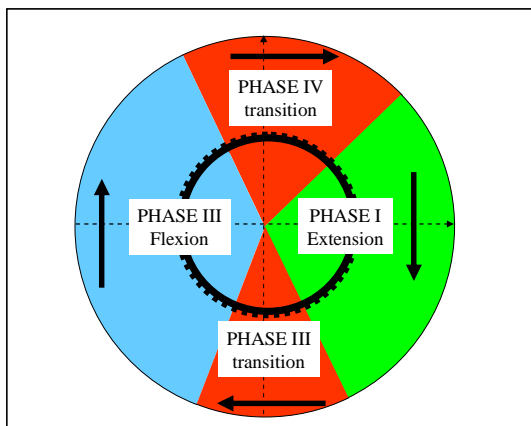


Fig.1. Les 4 phases du pédalage

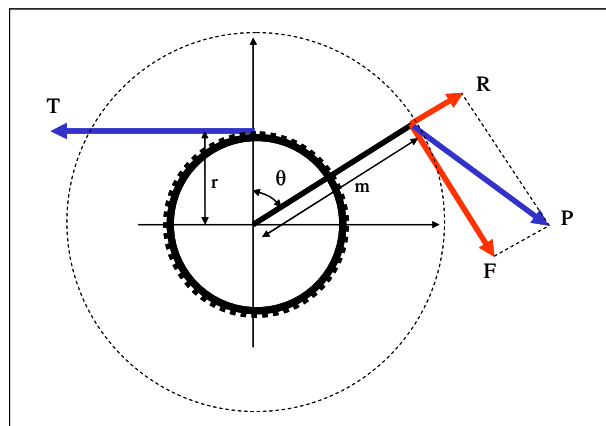


Fig.2. Composantes de l'effort exercé sur la pédale

Au cours de ces phases, le pied exerce un effort P qui varie lors de la rotation de la manivelle. La force qui va faire tourner le plateau est la composante F dite « tangentielle » de la force exercée par le pied : c'est cette composante seule qui compte. La composante radiale R dirigée suivant la direction de la manivelle ne sert à rien. Un bon pédalage doit être telle que cette force R soit très faible, sinon nulle.

Notre propos est d'analyser la composante tangentielle F .

Comment évaluer la force F ?

La force F est une donnée personnelle de chaque cycliste. Pour la connaître, il faut la mesurer en instrumentant le vélo. Cela peut se faire en équipant le vélo d'un capteur dit « capteur de puissance » du type SRM. Ce capteur se place dans le pédalier lui-même et mesure le couple transmis entre la manivelle et le plateau.

Rappelons que le couple C induit par la force F exercée à l'extrémité de la manivelle est égal à : $C = m F$ m étant la longueur de la manivelle (comprise généralement entre 170 et 185 mm). Connaissant C qui s'exprime en N-m (Newton-m), on en déduit F en N (Newton).

Le capteur SRM permet d'enregistrer la valeur du couple en fonction du temps, puis de tracer la courbe donnant C (ou F) en fonction de l'angle de la manivelle.

Les figures 3 donnent les résultats de mesures. Ces résultats sont extraits d'études réalisées à la Section Sport de l'Université de Franche-Comté à Besançon dont on trouvera les références en fin de document.

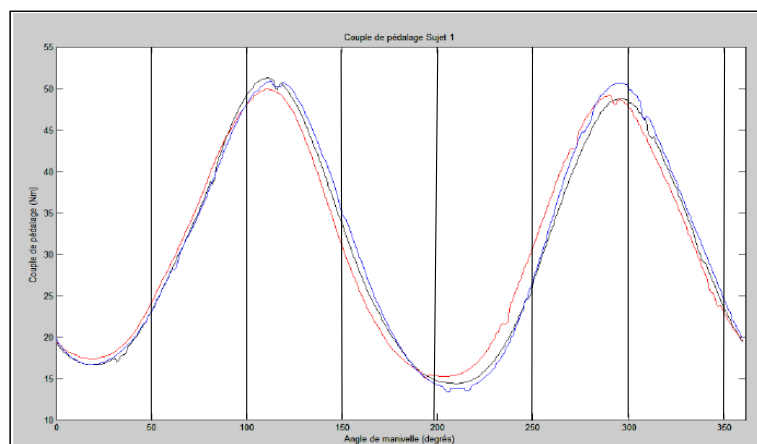


Fig.3a. Mesure du couple au pédalier avec un plateau circulaire (3 courbes en fonction de la position de la selle) (tiré de bibliographie [1])



Fig.3b. Exemple de graphique de pédalage (tiré de bibliographie [2])

L'examen de ces courbes attire les commentaires suivants :

- la courbe passe bien sûr par un minimum aux points morts c'est-à-dire lorsque les manivelles sont sub-verticales et par un maximum lorsque les manivelles sont sub-horizontales.

- Les « arrondis » des courbes aux minimums et aux maximums ne sont pas identiques.
- il y a dissymétrie assez forte des deux jambes pour le graphique 3b: le corps humain est loin de fonctionner comme une machine

En conclusion, l'allure des courbes est variable en fonction de plusieurs paramètres et en priorité en fonction du sujet.

Modélisation du pédalage

Nous allons essayer de donner une formulation analytique au graphique de pédalage. Le problème est donc d'ajuster au mieux possible une fonction aux courbes expérimentales.

Pour simplifier cette fonction, nous supposons que les minimums sont obtenus pour $\theta=0^\circ$ et $\theta=180^\circ$ et le maximum pour $\theta=90^\circ$. Les points morts correspondent donc à $\theta=0^\circ$ et $\theta=180^\circ$. On admettra aussi que lors de la remontée de la pédale, la force F est nulle.

Nous proposons la relation suivante pour estimer la force F lorsque l'angle θ varie de 0 à 180°:

$$F = H |\cos^n \theta| + V \sin^n \theta$$

Relation [1]

En prenant $n=3$, cette fonction s'ajuste bien à la courbe expérimentale de la figure 3a comme le montre la figure 4a. En revanche, il vaut mieux prendre $n=2$ pour le graphique de la figure 3b comme le montre la figure 4b.

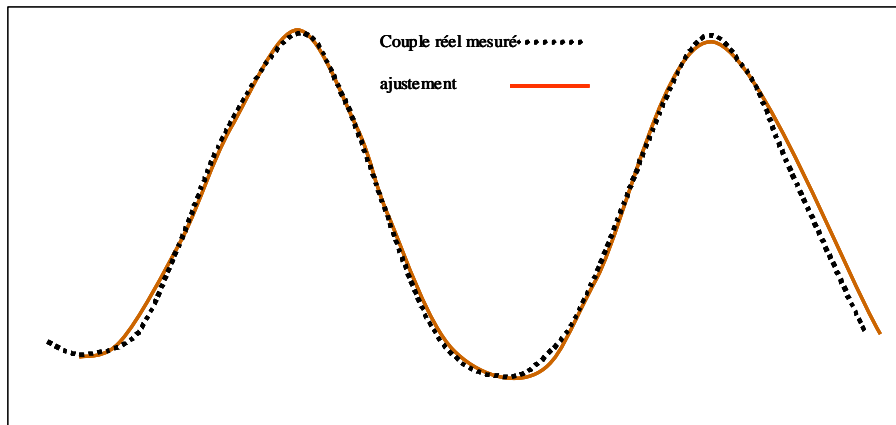


Fig.4a. Ajustement d'une courbe théorique à une courbe expérimentale avec $n=3$

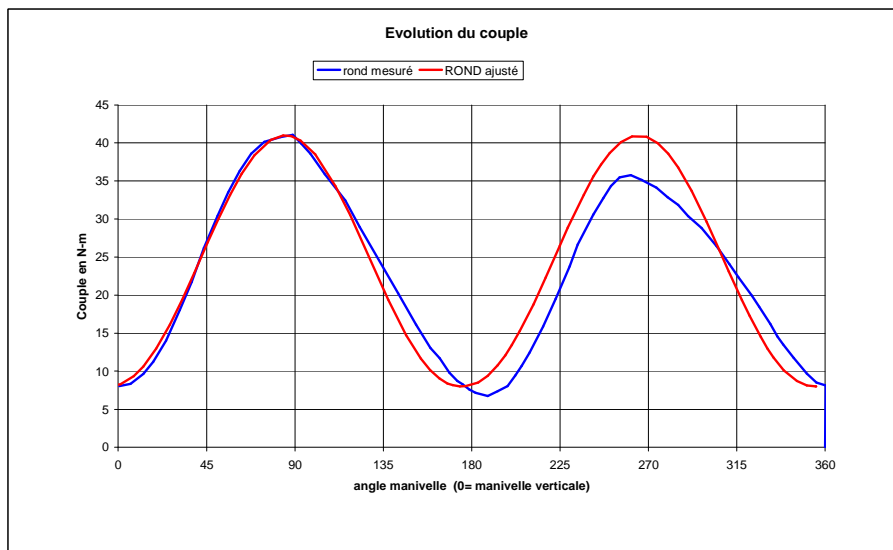


Fig.4b. Ajustement d'une courbe théorique à une courbe expérimentale avec $n=2$ (ne convient que pour une jambe, la seconde jambe exige un autre ajustement)

Les paramètres H, V et n caractérisent donc le graphique de pédalage. Ce sont des paramètres propres à chaque cycliste.

On peut faire les commentaires suivants :

- A priori, cette formulation n'a pas de sens physique, c'est seulement un ajustement mathématique. Néanmoins, le paramètre H représente la valeur de la force lorsque la manivelle est aux points morts et le paramètre V représente la valeur de la force lorsque la manivelle est horizontale. On peut considérer alors que la force F provient de deux composantes :
 - une force horizontale de valeur $H \cos^{n-1}\theta$ qui est maximale aux points morts pour s'annuler lorsque la manivelle est horizontale
 - une force verticale de valeur $V \sin^{n-1}\theta$ qui est nulle aux points morts et prend son maximum pour $\theta=90^\circ$
- Lorsque l'exposant augmente de 2 à 3, cela induit un arrondi plus important pour les valeurs aux points morts

Expression du travail fourni

La formule [1] va permettre d'exprimer le travail W du couple moteur au cours d'un demi-tour du plateau. On rappellera que le travail d'un couple constant fourni lors d'une rotation d'un angle θ est égal à $C\theta$, donc pour un demi-tour de manivelle le travail est égal à πC ou encore à πmF si la force F est constante. Ce travail s'exprime en joules.

Comme la force F varie lorsque la manivelle tourne, pour avoir le travail fourni durant un demi-tour, il faut intégrer la relation [1], d'où :

$$W = m \int_0^\pi (H \cos^n \theta + V \sin^n \theta) d\theta = mH \int_0^\pi \cos^n \theta d\theta + mV \int_0^\pi \sin^n \theta d\theta$$

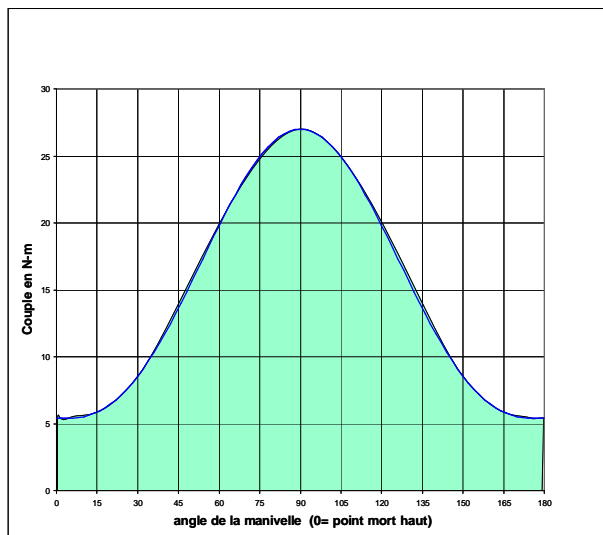


Fig.5. Aire représentant le travail

On peut aussi dire que le travail du couple est égal à l'aire de la surface définie par la courbe de pédalage et l'axe horizontal comme le montre la figure 5.

On peut démontrer que les intégrales $I = \int_0^\pi \cos^n \theta d\theta$ et $J = \int_0^\pi \sin^n \theta d\theta$ sont égales, le travail s'écrit alors :

$$W = m(H+ V) I$$

L'intégrale I (dite intégrale de Wallis) a une solution analytique lorsque n est entier. Ainsi :

avec n=2, on a: $I=\pi/2$

avec n=3, on a: $I=4/3$

Le paramètre n pouvant ne pas être entier afin de mieux ajuster la représentation analytique à la courbe expérimentale, on adoptera la relation suivante pour représenter l'intégrale I lorsque n varie entre 2 et 3 :

$$I=0,0572 n^2-0,5234 n +2,388$$

Le travail W fourni durant un demi-tour de manivelle est donc :

$$W=m(H+V)(0,0572 n^2-0,5234 n +2,388)$$

Relation [2]

Influence des paramètres H, V et n

Sur les graphiques 6, on a fait varier les paramètres H, V et n afin de voir comment ces paramètres influencent les courbes de pédalage.

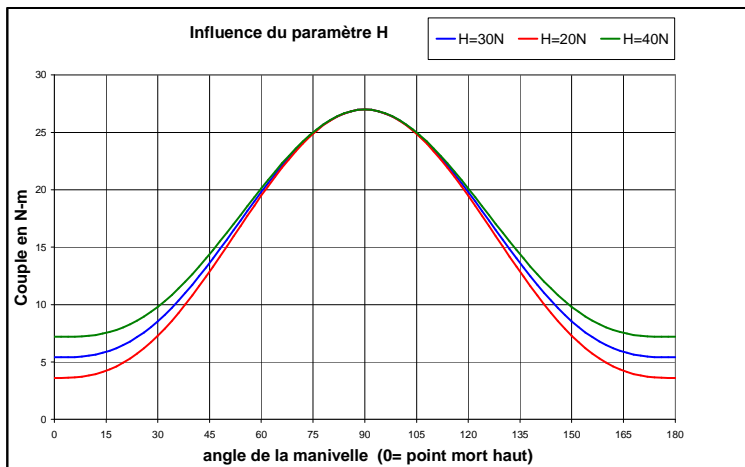


Fig.6a. Influence de la variation de H avec V=150N et n=2,5

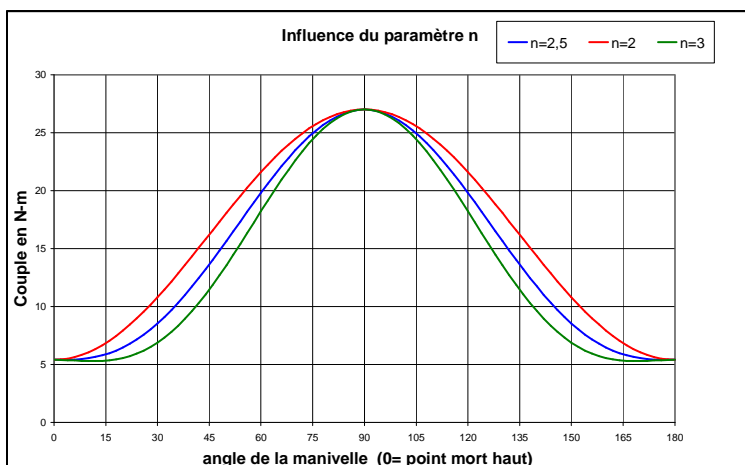


Fig.6b. Influence de la variation de V avec H=30N et n=2,5

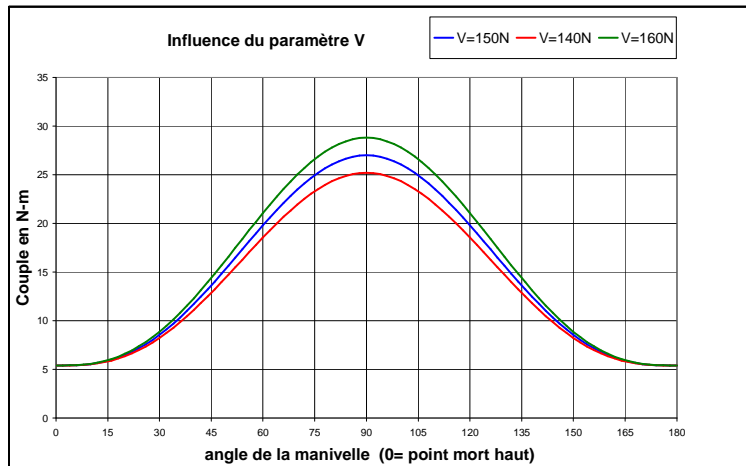


Fig.6c. Influence de la variation de n avec H=30N et V=150N

Expression de la puissance fournie

On rappellera que la puissance est égale au travail fourni par unité de temps. La puissance s'exprime en watt : un watt correspond à 1 joule par seconde.

La relation [2] exprime le travail effectué lors d'un demi-tour de manivelle. Pour calculer la puissance, il faut donc connaître le temps mis pour faire un demi-tour de pédalier.

On utilise couramment la cadence de pédalage N pour exprimer la vitesse de rotation du pédalier, cadence que l'on exprime en tours par minute. En 1 seconde, on a donc fait N/60 tours ou encore pour faire un tour, on met 60/N secondes, soit 30/N secondes pour un demi-tour.

La puissance P s'exprime finalement par la relation :

$$P = m N (H + V) (0,0019 n^2 - 0,0174 n + 0,0796)$$

Relation [3]

Dans le tableau 1, on a reporté les valeurs du travail correspondant aux courbes de pédalage des figures 6 ainsi que les valeurs de la puissance en adoptant une cadence de pédalage de 90 tr/min.

Tableau 1

	H en Newton	V en Newton	n	W en joule	P en watt
Courbe H=30	30	150	2,5	46,6	140
Courbe H=20	20	150	2,5	44,0	132
Courbe H=40	40	150	2,5	44,0	148
Courbe V=30	30	150	2,5	46,6	140
Courbe V=20	30	140	2,5	44,0	132
Courbe V=40	30	160	2,5	44,0	188
Courbe n=2,5	30	150	2,5	46,6	140
Courbe n=2	30	150	2	50,9	153
Courbe n=3	30	150	3	43,2	130

Commentaires.

- Comme le montre la relation 2, le travail et la puissance sont proportionnels à $H+V$. Cela veut dire que si le cycliste diminue H d'une valeur donnée et augmente V de la même façon, il n'y aura aucune variation du travail et de la puissance et vice-versa.
- En conservant les forces H et V constantes, la puissance augmente lorsque n diminue. Cela veut dire qu'après le passage du point mort, il faut augmenter rapidement les efforts sur les pédales, ce qui devrait conduire à un pédalage plus heurté.

Références

[1] Thomas Lihoreau. Projet de fin d'études. « Analyse du geste de pédalage » 2007.
Université de Franche Comté. Besançon

[2] Nicolas Rambier. Mémoire Master. « Effet de l'utilisation du plateau O'Symétric sur la performance du cycliste ». Université de Franche Comté.UPFR des Sports.Besançon. 2013

<http://www.velomath.fr>