

# Le mouvement de pédalage

Janvier 2014

[contact@velomath.fr](mailto:contact@velomath.fr)

<http://www.velomath.fr>

Le mouvement de pédalage a fait l'objet d'un grand nombre d'analyses. La très grande majorité de ces analyses sont du domaine de la bio-mécanique : elles analysent la façon dont les muscles des jambes travaillent afin de fournir une force sur les pédales permettant d'engendrer un mouvement circulaire du pédalier.

Très sommairement, il est classique de distinguer quatre phases dans le mouvement de la jambe :

- Une phase I extension de la jambe : le pied exerce alors une forte poussée sur la pédale
- Une phase III flexion de la jambe : le pied exerce alors une traction sur la pédale à condition d'avoir une cale-chaussure, automatique ou non.
- Une phase II de transition entre la phase I et la phase III : transition basse où le pied exerce un effort assez faible dirigé vers l'arrière. On parle d'un « point mort », le point mort bas.
- Une phase IV de transition entre la phase III et la phase I : transition haute où le pied exerce un effort assez faible dirigé vers l'avant. On parle du point mort haut.

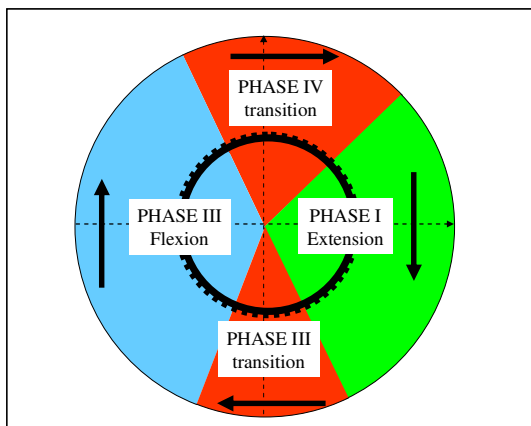


Fig.1. Les 4 phases du pédalage

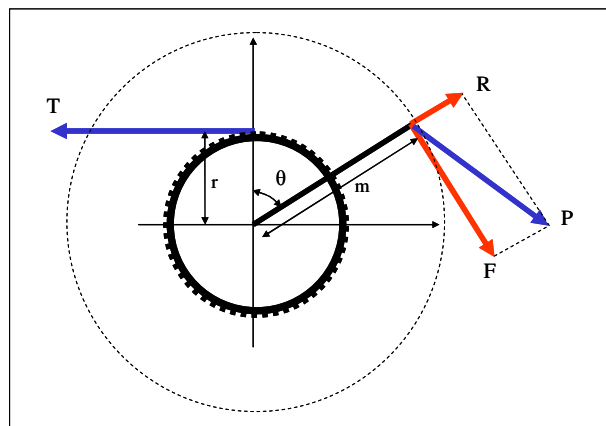


Fig.2. Composantes de l'effort exercé sur la pédale

Au cours de ces phases, le pied exerce un effort P qui varie lors de la rotation de la manivelle. La force qui va faire tourner le plateau est la composante F dite « tangentielle » de la force exercée par le pied : c'est cette composante seule qui compte. La composante radiale R dirigée suivant la direction de la manivelle ne sert à rien. Un bon pédalage doit être telle que cette force R soit très faible, sinon nulle.

La force F exercée sur la manivelle crée un couple. On rappellera que ce couple C est égal à :

$$C = m F$$

m étant la longueur de la manivelle (comprise généralement entre 170 et 185 mm).

Dans le système d'unités légal, la force s'exprime en Newton (1 Newton=9.81 kg) et le couple s'exprime en newton-mètre, soit N-m.

Si l'on connaît la valeur de C, on en déduit la valeur de F en divisant par la longueur de la manivelle et réciproquement. On peut donc interpréter les résultats soit en terme de couple, soit en terme de force puisque l'on passe aisément de l'un à l'autre. Dans ce document, nous parlerons surtout de couple.

### Le diagramme de pédalage

La force F ou le couple C sont des données personnelles de chaque cycliste. Pour les connaître, il faut effectuer des mesures en instrumentant le vélo. Cela peut se faire en équipant le vélo d'un capteur dit « capteur de puissance » du type SRM ou d'autres dispositifs. Le capteur SRM se place dans le pédalier lui-même et mesure le couple exercé sur le plateau.

Le capteur SRM permet d'enregistrer la valeur du couple en fonction du temps, puis de tracer la courbe donnant C (ou F) en fonction de l'angle de la manivelle.

Pour présenter les résultats, on peut utiliser deux modes de représentation graphique :

- **Une représentation en coordonnées cartésiennes** du couple en fonction de l'angle  $\theta$  définissant la position de la manivelle. Cet angle est en général défini par rapport à la position verticale des manivelles : un angle  $\theta=0$  signifie manivelles verticales. On porte en abscisse sur l'axe Ox l'angle  $\theta$  et en ordonnées la valeur du couple. La figure 3 illustre cette représentation pour un pédalage idéalisé tandis que les figures 4a et 4b sont relatives à des mesures réelles. Ces résultats sont extraits d'études réalisées à la Section Sport de l'Université de Franche-Comté à Besançon dont on trouvera les références en fin de document.

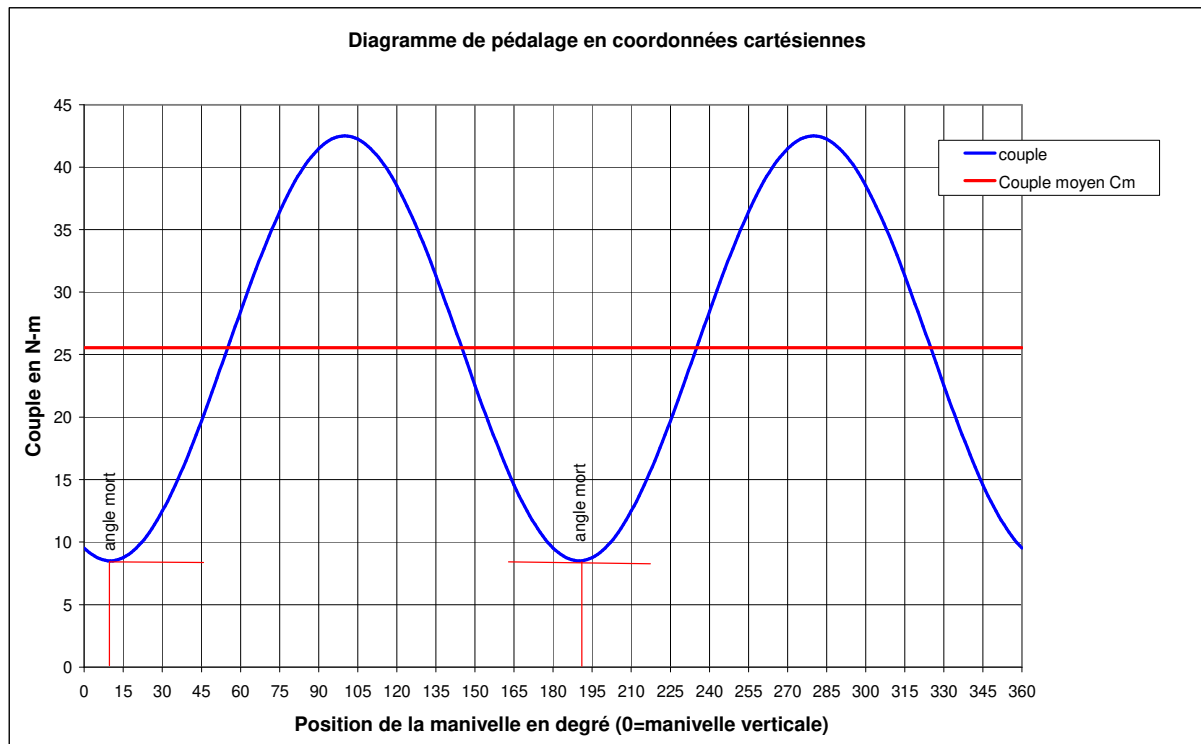


Fig.3. Diagramme de pédalage en coordonnées cartésiennes

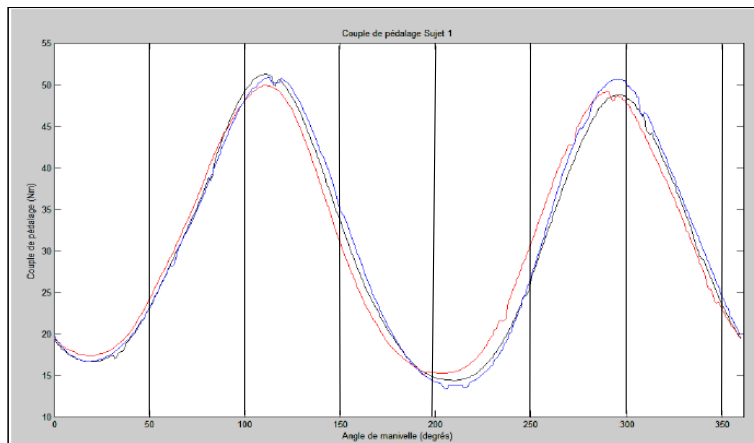


Fig.4a. Mesure du couple au pédalier avec un plateau circulaire (3 courbes en fonction de la position de la selle) (tiré de bibliographie [1])

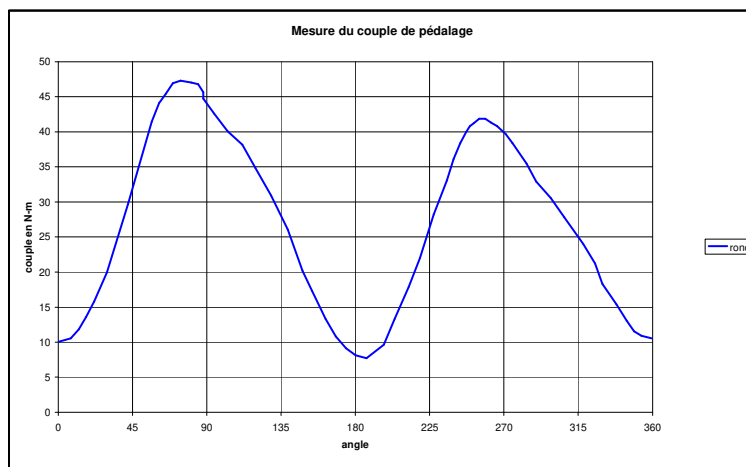


Fig.4b. Exemple de graphique de pédalage (tiré de bibliographie [2])

Au cours d'un tour complet de manivelle, soit 360 degré, les courbes passent par des minimums et des maximums. La majorité de l'effort est fournie alternativement par une jambe puis par l'autre : entre deux minimums, c'est une jambe qui travaille, puis ensuite c'est l'autre jambe et ainsi de suite.

Les graphiques se caractérisent par les paramètres suivants :

- L'angle définissant la position de la manivelle aux minimums : ces angles correspondent, par définition, à ce que l'on appelle les points morts. Cet angle n'est pas nul en général, il ne correspond pas tout à fait avec la position verticale des manivelles.
- Les valeurs du couple aux minimums
- Les valeurs du couple aux maximums

On peut remarquer que les courbes réelles ne sont pas régulières : on observe une dissymétrie entre les deux jambes : le corps humain est loin de fonctionner comme une machine.

A partir de ces graphiques, on peut calculer d'autres paramètres :

- La valeur moyenne du couple. Par définition, la valeur moyenne de la fonction  $C$ , sur l'intervalle de  $0$  à  $2\pi$ , se calcule au moyen de l'intégrale :

$$C_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C \, d\theta$$

Pratiquement, pour effectuer le calcul, on adopte la procédure suivante :

- on gradue l'axe Ox en intervalles réguliers, par exemple tous les degrés ou tous les 5 degrés ou tous les 15 degrés, suivant la précision que l'on désire
- Pour chaque graduation, on mesure la valeur du couple
- On fait la somme des valeurs ainsi relevées
- On divise la somme par le nombre de graduations.

Sur la figure 3, la valeur de  $C_m$  est de 25.5 N-m.

Le travail effectué durant un tour ou un demi-tour. Ce travail est défini, pour un demi-tour, soit pour  $\theta$  variant de 0 à 180, par l'intégrale

$$W = \int_0^{\pi} C \, d\theta$$

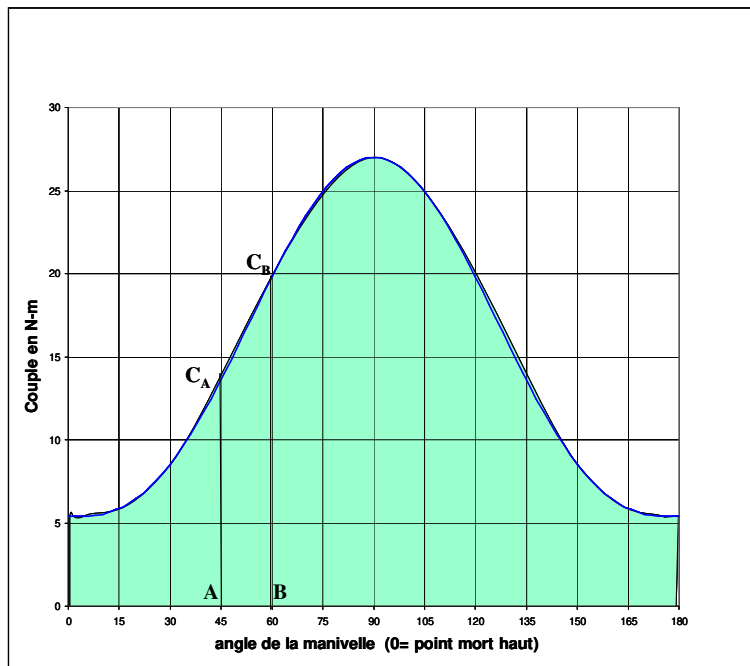


Fig.5. Aire représentant le travail du couple

Cette intégrale correspond à l'aire de la surface définie par la courbe de pédalage et l'axe horizontal comme le montre la figure 5.

En pratique, pour calculer le travail, on procède comme suit :

- on divise l'axe Ox en intervalles réguliers  $\Delta\theta$ , par exemple tous les degrés  $\Delta\theta=15$ ,
- pour chaque intervalle AB, on mesure la valeur des couples  $C_A$  et  $C_B$ . La valeur du travail  $\Delta W$  effectué dans l'intervalle AB est égale à :

$$\Delta W = \frac{C_A + C_B}{2} \Delta\theta$$

- on fait la somme des travaux  $\Delta W$  effectués dans chaque intervalle

Le calcul du travail effectué lors d'un tour ou demi-tour de manivelle est important car cela permet de vérifier notamment que deux tests effectués sur ergocycle ont été faits en fournissant le même travail ou non.

- **Une représentation en coordonnées polaires.** Un exemple d'un diagramme polaire idéal est présenté sur la figure 6. Pour construire ce diagramme, on divise un cercle en secteurs angulaires. La valeur du couple est représentée par le point M défini par le segment OM dont la longueur correspond à la valeur du couple et qui fait un angle  $\theta$  avec la verticale. Ainsi, le segment OM visualise la position de la manivelle.

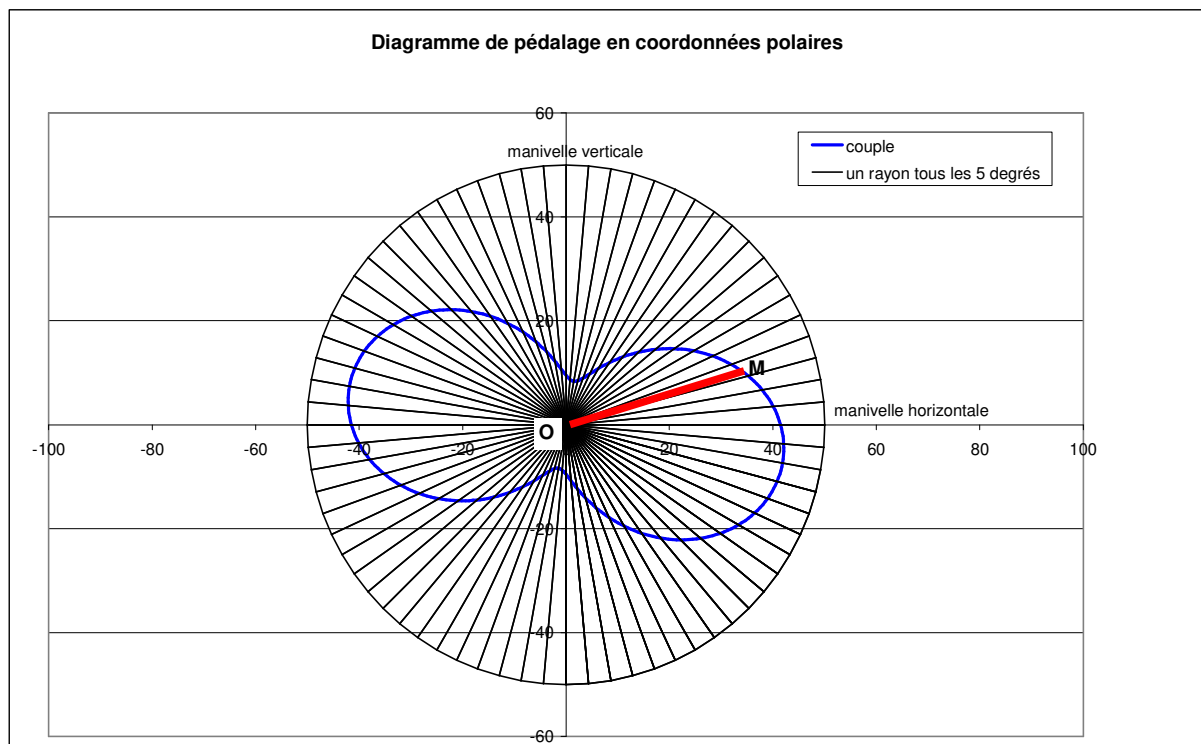


Fig.6. Diagramme de pédalage en coordonnées polaires

Si ce type de diagramme permet de fournir une bonne représentation synthétique du couple, en revanche, il ne permet pas d'effectuer aisément des calculs.

**En résumé,** le diagramme de pédalage est caractéristique du sujet. Nous dirons qu'il caractérise le « mode de pédalage » du cycliste. Il s'établit à partir de tests sur vélo ergocycle. Il ne peut pas s'établir par voie théorique.

### **Modélisation du pédalage**

Comme il vient d'être dit, le diagramme de pédalage ne peut pas, à notre connaissance, faire l'objet d'une formulation mathématique qui serait établie par voie théorique. En revanche, nous allons proposer une formulation mathématique à partir des données expérimentales. Le problème est donc d'ajuster au mieux possible une fonction aux courbes expérimentales. Pour simplifier cette fonction, nous supposons que les minimums sont obtenus pour  $\theta=0^\circ$  et  $\theta=180^\circ$  et le maximum pour  $\theta=90^\circ$ . Les points morts correspondent donc à  $\theta=0^\circ$  et  $\theta=180^\circ$ .

On admettra aussi que lors de la remontée de la pédale, la force  $F$  est nulle.

Nous proposons la relation suivante pour estimer la force  $F$  lorsque l'angle  $\theta$  varie de  $0$  à  $180^\circ$ :

$$F = H |\cos^n \theta| + V \sin^n \theta$$

Relation [1]

En prenant  $n=3$ , cette fonction s'ajuste bien à la courbe expérimentale de la figure 7a comme le montre la figure. En revanche, il vaut mieux prendre  $n=2$  pour le graphique de la figure 7b comme le montre la figure 4b.

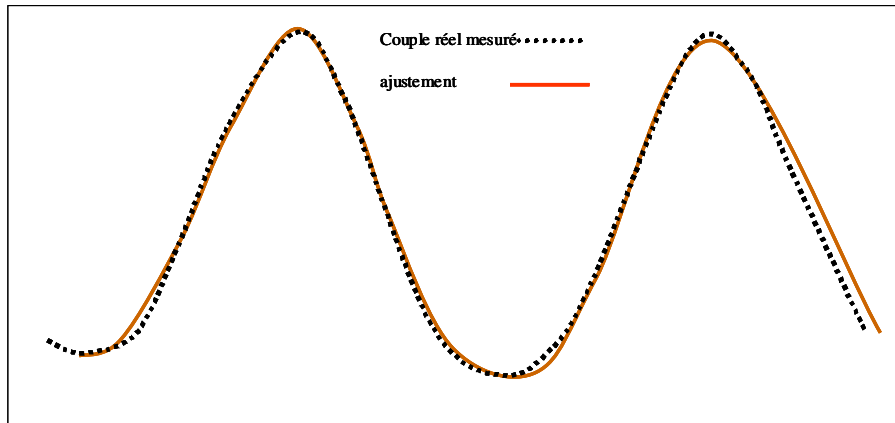


Fig.7a. Ajustement d'une courbe théorique à une courbe expérimentale avec  $n=3$

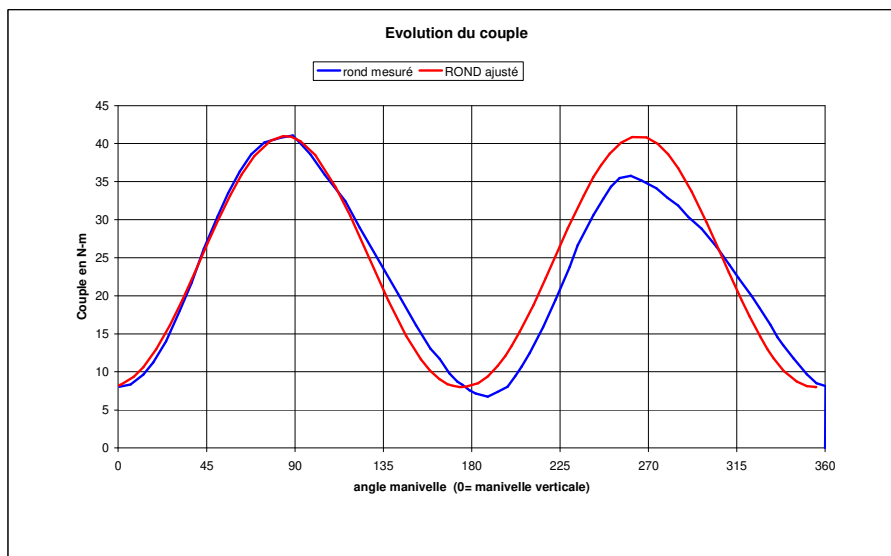


Fig.7b. Ajustement d'une courbe théorique à une courbe expérimentale avec  $n=2$  (ne convient que pour une jambe, la seconde jambe exige un autre ajustement)

Les paramètres  $H$ ,  $V$  et  $n$  caractérisent donc le graphique de pédalage. Ce sont des paramètres propres à chaque cycliste.

A priori, cette formulation n'a pas de sens physique, c'est seulement un ajustement mathématique. Néanmoins, le paramètre  $H$  représente la valeur de la force lorsque la manivelle est aux points morts et le paramètre  $V$  représente la valeur de la force lorsque la manivelle est horizontale. On peut considérer alors que la force  $F$  provient de deux composantes illustrées sur la figure 8 :

- une force horizontale de valeur  $H \cos^{n-1} \theta$  qui est maximale aux points morts pour s'annuler lorsque la manivelle est horizontale

- une force verticale de valeur  $V \sin^{n-1}\theta$  qui est nulle aux points morts et prend son maximum pour  $\theta=90^\circ$

On peut remarquer que si l'on avait  $n=1$ , la force  $F$  serait constante au cours d'un tour de manivelle, ce qui est impossible pour un cycliste qui ne peut pas fournir un couple constant comme le ferait un moteur électrique.

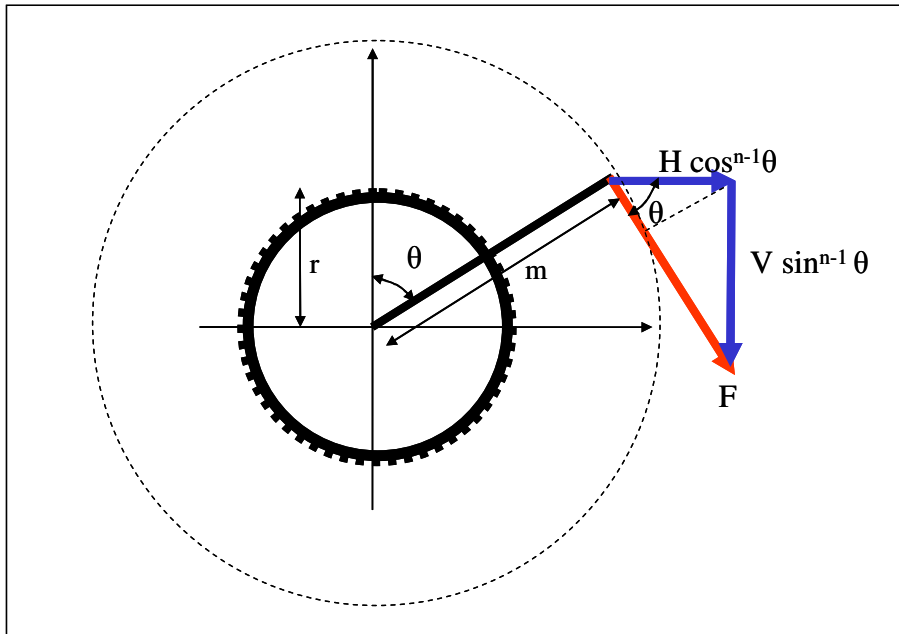


Fig.8. Interprétation de la relation expérimentale

### Expression du travail fourni

La formule [1] va permettre d'exprimer le travail  $W$  du couple moteur au cours d'un demi-tour du plateau. On rappellera que le travail d'un couple constant fourni lors d'une rotation d'un angle  $\theta$  est égal à  $C\theta$ , donc pour un demi-tour de manivelle le travail est égal à  $\pi C$  ou encore à  $\pi mF$  si la force  $F$  est constante. Ce travail s'exprime en joules.

Comme le couple  $C$  varie lorsque la manivelle tourne, pour avoir le travail fourni durant un demi-tour, il faut intégrer la relation [1], d'où :

$$W = m \int_0^\pi (H \cos^n \theta + V \sin^n \theta) d\theta = mH \int_0^\pi \cos^n \theta d\theta + mV \int_0^\pi \sin^n \theta d\theta$$

On peut démontrer que les intégrales  $I = \int_0^\pi \cos^n \theta d\theta$  et  $J = \int_0^\pi \sin^n \theta d\theta$  sont égales, le travail s'écrit alors :

$$W = m(H+V)I$$

L'intégrale  $I$  (dite intégrale de Wallis) a une solution analytique lorsque  $n$  est entier. Ainsi :

$$\text{avec } n=2, \text{ on a: } I=\pi/2$$

$$\text{avec } n=3, \text{ on a: } I=4/3$$

Le paramètre  $n$  pouvant ne pas être entier afin de mieux ajuster la représentation analytique à la courbe expérimentale, on adoptera la relation suivante pour représenter l'intégrale  $I$  lorsque  $n$  varie entre 2 et 3 :

$$I=0,0572 n^2-0,5234 n +2,388$$

Le travail W fourni durant un demi-tour de manivelle est donc :

$$W=m(H+V)( 0,0572 n^2-0,5234 n +2,388)$$

Relation [2]

### Influence des paramètres H, V et n

Sur les graphiques 9, on a fait varier les paramètres H, V et n afin de voir comment ces paramètres influencent les courbes de pédalage.

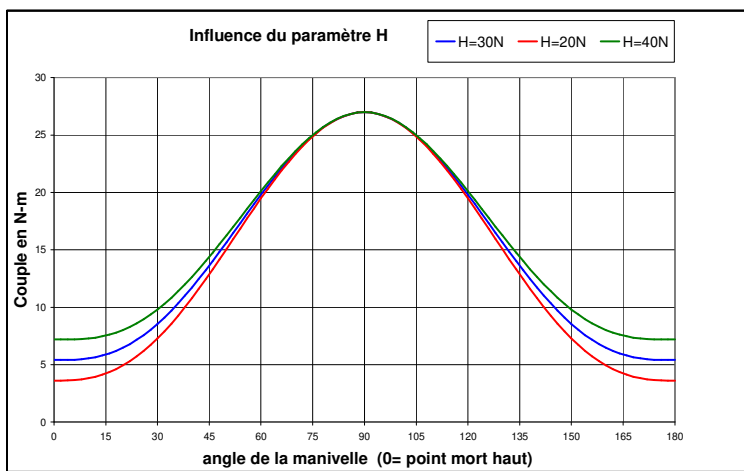


Fig.9a. Influence de la variation de H avec V=150N et n=2,5

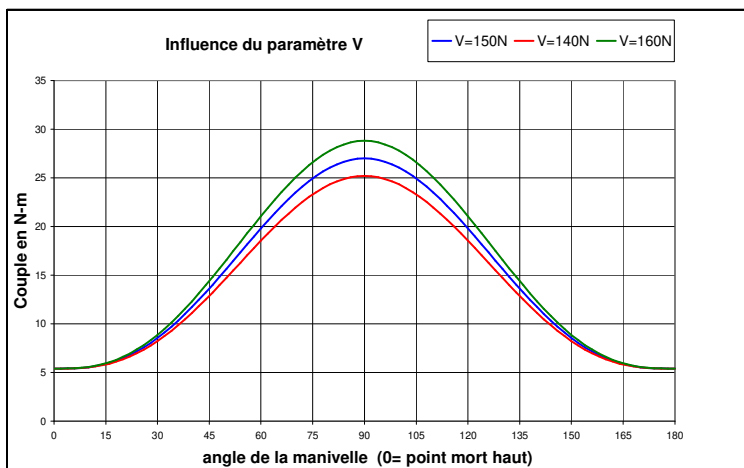


Fig.9b. Influence de la variation de V avec H=30N et n=2,5



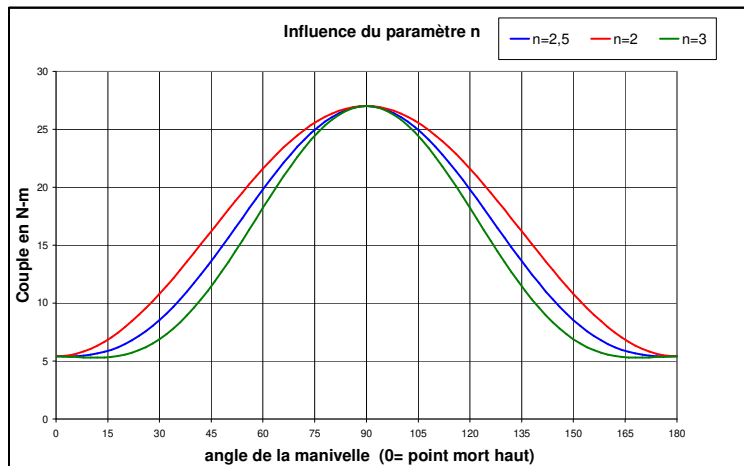


Fig.9c. Influence de la variation de n avec H=30N et V=150N

### Expression de la puissance fournie

On rappellera que la puissance est égale au travail fourni par unité de temps. La puissance s'exprime en watt : un watt correspond à 1 joule par seconde.

La relation [2] exprime le travail effectué lors d'un demi-tour de manivelle. Pour calculer la puissance, il faut donc connaître le temps mis pour faire un demi-tour de pédalier.

On utilise couramment la cadence de pédalage N pour exprimer la vitesse de rotation du pédalier, cadence que l'on exprime en tours par minute. En 1 seconde, on a donc fait N/60 tours ou encore pour faire un tour, on met 60/N secondes, soit 30/N secondes pour un demi-tour.

La puissance P moyenne au cours d'un tour de manivelle s'exprime finalement par la relation :

$$P = m N (H+V) (0,0019 n^2 - 0,0174 n + 0,0796)$$

Relation [3]

Il faut bien voir que cette puissance est la puissance moyenne car, dans le calcul, on a supposé que la vitesse de rotation était constante. Il est fort possible que la vitesse de rotation appelée aussi vitesse angulaire varie au cours d'un tour de manivelle. Il faudrait donc connaître la variation de l'angle  $\theta$  en fonction du temps. Cette mesure est rarement donnée lors des tests en laboratoire.

### Commentaire.

Comme le montrent les relations 2 et 3, le travail et la puissance sont proportionnels à H+V. Cela veut dire que si le cycliste diminue H d'une valeur donnée et augmente V de la même façon, il n'y aura aucune variation du travail et de la puissance et vice-versa.

### Phases de pédalage

Nous avons rappelé succinctement au début de ce document les 4 phases qu'il est fréquent de distinguer dans le geste de pédalage. Cette distinction est basée sur le mouvement de la jambe. D'un point de vue purement mécanique, nous proposons de ne distinguer que 2 phases en se basant sur les considérations explicitées ci-après.

Pour rouler à une vitesse constante, le cycliste doit exercer un couple moteur constant C qui équilibre le couple résistant. A partir de l'équation donnant la puissance à fournir en fonction de la vitesse (voir document « Le vélo en équation »), on peut établir la relation donnant le couple moteur en fonction de la vitesse :

$$C = \frac{D_1}{D_2} \frac{a}{2\pi} (W(p+f) + C_x V^2)$$

C est le couple moteur exprimé en N-m

V est la vitesse en m/s

W est le poids vélo + cycliste en Newton

C<sub>x</sub> est le coefficient de pénétration dans l'air (ordre de grandeur 0.20)

f est le coefficient de résistance au roulement (ordre de grandeur 0.01)

p est la pente de la route en valeur décimale (p=0.05 pour une cote à 5%)

a est le périmètre de la roue arrière (voisin de 2.10 m)

D1 est le nombre de dents du plateau

D2 est le nombre de dents du pignon

Or on a vu que le couple exercé par un cycliste n'était pas constant lors d'un tour de manivelle. C'est donc le couple moyen exercé par le cycliste qui doit équilibrer le couple résistant.

Il en résulte que le couple moteur est tantôt inférieur au couple résistant tantôt supérieur. C'est pourquoi, nous distinguons les deux phases suivantes :

- la phase déficitaire. C'est la phase où le couple moteur est inférieur au couple résistant (ou au couple moyen). Cette phase correspond à la phase où la poussée horizontale sur la manivelle est prépondérante. Le cycliste a du mal à exercer la poussée nécessaire pour équilibrer le couple résistant. Il y a donc un « déficit » de couple ou de poussée dans cette phase.
- la phase excédentaire. C'est la phase où le couple moteur est supérieur au couple résistant (ou au couple moyen). Cette phase correspond à la phase où la poussée verticale sur la manivelle est prépondérante. Le cycliste assure plus facilement ce mouvement. Dans cette phase, le couple exercé présente un « excédent » par rapport au couple moyen ou résistant. Il est évident que l'excédent compense le déficit.

L'angle de séparation entre les deux phases est compris entre 40 et 50 degrés par rapport au point mort. Il n'est pas systématiquement de 45 degrés.

Quant au travail effectué par le cycliste, on voit sur la figure 11 où le travail est représenté par les aires colorées qu'il est fortement dissymétrique : le travail en zone excédentaire est très supérieur au travail en zone déficitaire.

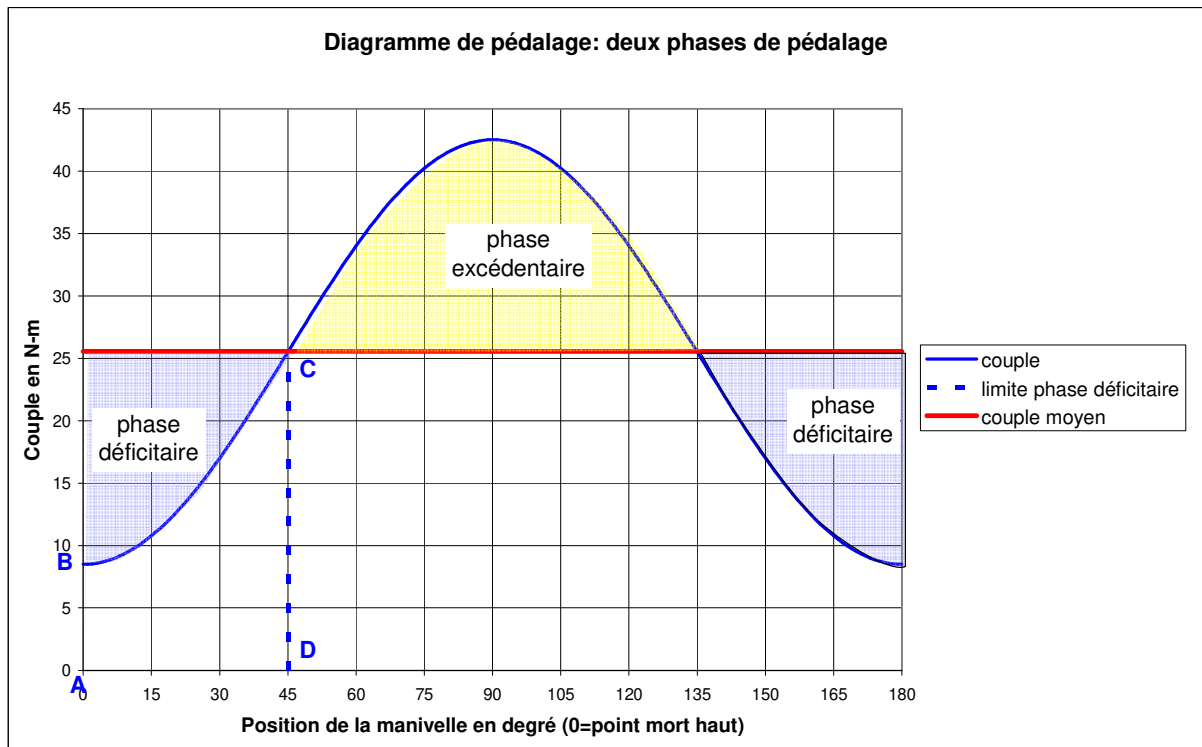


Fig.10. Les deux phases de pédalage

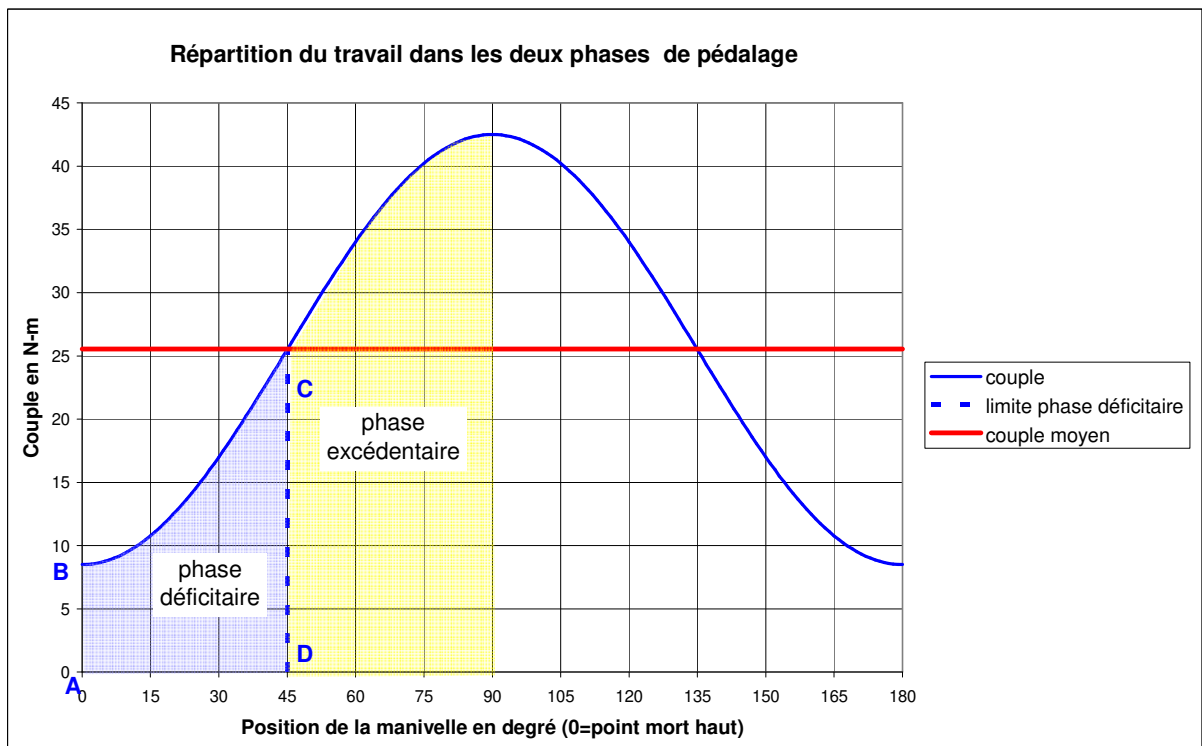


Fig.11. Répartition du travail dans les deux phases de pédalage

## **Références**

[1] Thomas Lihoreau. Projet de fin d'études. « Analyse du geste de pédalage » 2007.  
Université de Franche Comté. Besançon

[2] Nicolas Rambier. Mémoire Master. « Effet de l'utilisation du plateau O'Symétric sur la performance du cycliste ». Université de Franche Comté.UPFR des Sports.Besançon. 2013

<http://www.velomath.fr>